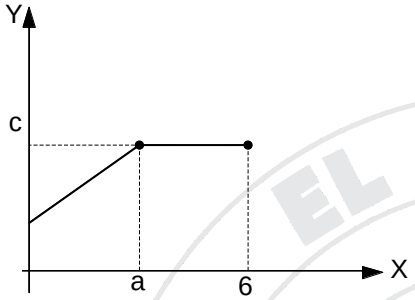
SEMINARIO 2 DE ÁLGEBRA
RUMBO A PUCP 2021

01. Se define la función $f(x) = \begin{cases} mx+b, & 0 \le x \le a \\ c, & a < x \le 6 \end{cases}$

cuya gráfica se muestra a continuación:



Determine cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas:

I. $m > 0$

II. $m = \dfrac{c-b}{a}$

III. $\dfrac{f(a)+f(6)}{2} = f\left(\dfrac{a+6}{2}\right)$

A. Solo I
B. Solo I y II
C. Solo II y III
D. Todas

02. Se define la función F:

$F = \{ (1; 0); (3; a^2 + 2); (4; 0); (3; a + b); (4; b - 2) \}$

Si $a \le 0$, calcule la suma de los elementos del rango de F.

A. 4
B. 3
C. 2
D. 1

03. Se define la función $f(x) = \begin{cases} ax+3; & x \le 3 \\ c; & x > 3 \end{cases}$

Si f(3) = 9 y f(6) = – 2, halle el valor de (a + c).

A. 0
B. 1
C. – 1
D. 2

04. Para la función lineal f(x), se cumple que f(2) = 4 y f(3) = 2f(1). Si m es la pendiente de la gráfica de f, halle el valor de f(0) – m.

A. $-\dfrac{4}{3}$
B. 0
C. $\dfrac{4}{3}$
D. $\dfrac{8}{3}$

05. Halle el área de la región triangular limitada por las rectas $\mathcal{L}_1$: y = – x – 1, $\mathcal{L}_2$: y = 2x – 13, y el eje de ordenadas.

A. 16 u^2
B. 24 u^2
C. 36 u^2
D. 60 u^2

06. Se define f(x) = ax + 5, a < 0, $x \in]-1; 4]$. Si Ran(f) = [b; 8 [, halle a + b.

A. – 10
B. – 4
C. 5
D. 8

07. Si 0 < b < a, resuelva la siguiente inecuación:

$$\frac{x-a}{x+a} < \frac{x-b}{x+b},$$

A. C.S. =] – a; – b [∪] 0; ∞ [
B. C.S. =] – b; 0 [
C. C.S. =] – ∞; – a [∪] – b; 0 [
D. C.S. =] – a; – b [

08. Considere las siguientes funciones:

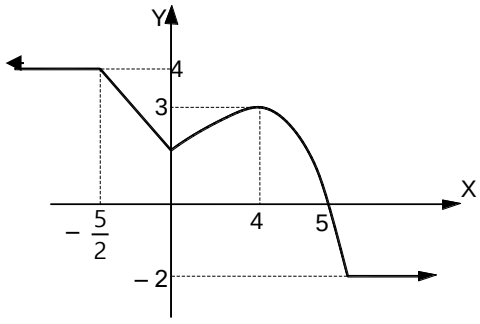
$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{3-x}}$$

$$g(x) = \frac{5}{x-1}$$

Halle Dom (f) ∩ Dom (g).

A. $\mathbb{R} - \{1\}$
B. $]-\infty; 3] - \{1\}$
C. $]-\infty; 3[- \{1\}$
D. $]-\infty; 3]$

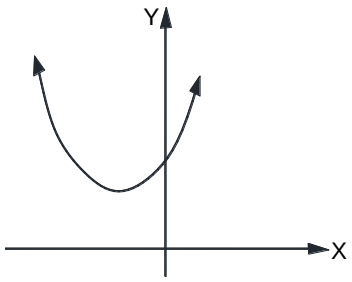
09. A continuación, se muestra la gráfica de la función f:



Si a < – 3 y b > 0, halle el mayor valor posible de f(a) + f(b).

A. 5
B. 6
C. 7
D. 8

10. En la figura, se muestra la gráfica de la función $f(x) = \alpha x^2 + \alpha x + 1$.



Determine cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas:

I. La ecuación $f(x) = 0$ soluciones reales.
II. El producto de las componentes del vértice de la parábola mostrada es positivo.
III. El mayor valor entero que puede tomar α es 3.

A. Solo III
B. Solo II
C. Solo I y II
D. Solo I y III

11. La gráfica de la función lineal f corta a los ejes coordenados de manera que se forma, en el segundo cuadrante, una región triangular de área $3u^2$. Si $f(3) = 4$, calcule el valor de $E = 1 - f(-1)$.

A. $-\frac{1}{2}$
B. $\frac{7}{3}$
C. $\frac{5}{2}$
D. $-\frac{1}{3}$

12. Se conoce la siguiente función cuadrática:

$$f(x) = x^2 + 8x + 15$$

Si el vértice de la gráfica de f es (a; b) y las intersecciones de dicha gráfica con el eje X son los puntos (c; d) y (e; h), calcule el valor de (a + b + c + d + e + h).

A. – 10
B. – 12
C. – 13
D. – 15

13. El porcentaje de sangre contaminada de una persona por tomar cierto medicamento vencido, luego de x horas de haberlo tomado, se puede calcular mediante la siguiente expresión:

$$P(x) = [7 - x^2 + 12x]\%$$

Determine la cantidad de horas que deben pasar, luego de tomar dicho medicamento, para que una persona tenga 39% de su sangre contaminada por primera vez.

A. 3 horas
B. 4 horas
C. 6 horas
D. 8 horas

14. El precio de reventa de un auto varía linealmente después de la compra. Se sabe que un auto nuevo cuesta \$ 15 800 y que, cuando este tiene 6 años de antigüedad, cuesta \$ 8600. ¿Cuál es la mínima cantidad de años que deben transcurrir desde su compra para que el valor de reventa de un auto sea menor al 10% de su precio cuando era nuevo?

A. 11 años
B. 12 años
C. 14 años
D. 10 años

15. Halle la suma de los valores enteros de x que cumplen la siguiente desigualdad:

$$3 + \sqrt{3} \leq \frac{6x}{3-\sqrt{3}} < 2(3 + \sqrt{3})$$

A. 1
B. 3
C. 0
D. 2

16. Se conoce la siguiente función:

$$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + bx + c$$

La gráfica de f interseca al eje X en los puntos (– 2; 0) y (5; 0), y al eje Y en el punto (0; k). Calcule el valor de (b + c + k).

A. $-\frac{34}{3}$
B. $-\frac{46}{3}$
C. $\frac{46}{3}$
D. $\frac{23}{5}$

17. Resuelva la siguiente inecuación:

$$34 < \left(\frac{11+x}{3}\right)x \leq 60$$

A. C.S. = [– 20; 9] – { – 17; 6 }
B. C.S. = ϕ
C. C.S. =] 6; 9]
D. C.S. = [– 20; – 17 [$\cup$] 6; 9]

18. Si a < b, resuelva la siguiente inecuación en la variable x:

$$a(x + 1) \leq b(x + 1)$$

A. C.S. =] – ∞ ; – 1]
B. C.S. =] – ∞ ; 0]
C. C.S. = [0; + ∞ [
D. C.S. = [– 1; + ∞ [

19. Si 1 < a < 2, resuelva la siguiente ecuación en la variable x:

$$\left(\frac{x-1}{a} - \frac{x}{2}\right)(1-a^2) < 0$$

A. $\left]\frac{2}{2-a};+\infty\right[$

B. $\left]\frac{2}{a-2};+\infty\right[$

C. $\left]-\infty;\frac{2}{2+a}\right[$

D. $\left]-\infty;\frac{2}{2-a}\right[$

20. Resuelva la siguiente ecuación en la variable x:

$$2x^2 - (m + 3)x + 2m > 0$$

Si el conjunto solución de la inecuación es $\mathbb{R}$, determine el intervalo de los valores que puede tomar m.

A. [1; 9]
B. [– 1; 9]
C.] 1; 9 [
D.] – 1; 9 [

21. En un proceso de producción, el costo total para producir 3000 unidades es 12 000 soles y el costo promedio para producir 1000 unidades es 5 soles. Si el costo total de producción tiene un comportamiento lineal, determine el costo unitario de producción.

A. 3,5 soles
B. 4,0 soles
C. 5,0 soles
D. 5,5 soles

EL PROFE JUNIOR